

MODELADO Y CÁLCULO DE PLASTICIDAD Y DAÑO EN COMPÓSITOS LAMINADOS

Sandino Aquino, Alberto Díaz.

Centro de Investigación en Materiales Avanzados, S.C.

Miguel de Cervantes #120, C.P. 31109. Chihuahua, Chih. México.

gilberto.aquino@cimav.edu.mx

Introducción.

El uso de polímeros reforzados por fibras va cada día en aumento, sobretodo en estructuras cuya resistencia debe ser estudiada con precisión. Dichos materiales compuestos son utilizados en forma de placas multicapa como lo muestra el ejemplo de la figura 1.

En este tipo de placas se presentan muy a menudo fenómenos no lineales en el comportamiento mecánico tales como la plasticidad o el daño (microgrietas) y que hay que modelar para predecir la resistencia mecánica.

Este artículo trata sobre estos fenómenos no lineales y su modelado, el cual es implementado en un programa computacional para su utilización. El programa se basa en el modelo de Allix et. al.^[1], el cual parte de un punto de vista energético. Además se utiliza la teoría clásica de placas de Reissner-Mindlin^[2] para el cálculo de los esfuerzos y las rigideces.

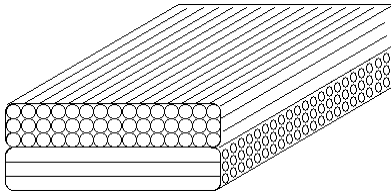


Fig1. Compósito laminado [90 0]

Modelo de daño y plasticidad.

Para comprender el modelo, es necesario tener conocimiento de las siguientes afirmaciones basadas en la observación durante los ensayos mecánicos.

1. Las microgrietas afectan directamente la rigidez del material.
2. Una vez que se presenta daño se queda en la “memoria” del material.
3. El daño jamás disminuye solamente aumenta.
4. A una escala microscópica el daño es uniforme y puede ser homogeneizado y modelado por parámetros de daño d_T y d_{LT} .

5. El material no necesariamente debe llegar al porcentaje de daño máximo, puede fallar antes debido a otras restricciones.
6. En la dirección de las fibras el daño es despreciable.
7. El daño influye en los esfuerzos ya que al aumentar disminuye el área efectiva.
8. Por lo tanto, también afecta el criterio de plasticidad ya que en éste intervienen los esfuerzos efectivos.
9. La plasticidad es despreciable en la dirección longitudinal de las fibras.

Para un material ortotrópico con daño el comportamiento elástico se escribe (en el sistema de ejes de ortotropía y en esfuerzos planos) de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{LL}^e \\ \varepsilon_{TT}^e \\ \varepsilon_{LT}^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T(1-d_T)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}(1-d_{LT})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{LL} \\ \sigma_{TT} \\ \sigma_{LT} \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde:

ε_{LL}^e ε_{TT}^e ε_{LT}^e Son las deformaciones elásticas locales

σ_{LL} σ_{TT} σ_{LT} Son los esfuerzos locales

E_L E_T G_{LT} Son los módulos de Young y de corte

d_T d_{LT} Son los parámetros de daño

Las variables termodinámicas asociadas al daño

son:

$$Yd_{LT} = \frac{\partial [E_D]}{\partial d_{LT}} \Big|_{\sigma=cst} = \frac{1}{2} \frac{[\sigma_{LT}^2]}{G_{LT}^0 (1-d_{LT})^2}$$

$$Yd_T = \frac{\partial [E_D]}{\partial d_T} \Big|_{\sigma=cst} = \frac{1}{2} \frac{[\langle \sigma_T \rangle_+^2]}{E_T^0 (1-d_T)^2} \quad (2)$$

Estas representan una razón de cambio de la energía de deformación E_D respecto al daño. En la ecuación (2) se toma la parte positiva del esfuerzo transversal ya que los esfuerzos de compresión no generan aumento de daño.

La evolución del daño queda establecida por las siguientes ecuaciones.

$$Y_d = (Y_{d_{LT}} + bY_{d_{TT}}) \quad (3)$$

$$d_{LT} = \sup_{r \leq} \left(\frac{\sqrt{Y_{d_{LT}}} + \sqrt{Y_0(T)}}{\sqrt{Y_c(T)}}; 0 \right) \quad (4)$$

$$\text{si } \sup_{r \leq} \left(\frac{Y_{d_{TT}}}{Y_{sc}(T)}; d_{LT} \right) < 1 \text{ si no } d_{LT} = 1$$

$$d_{TT} = bd_{LT} \text{ si } d_{TT} < 1 \text{ y } \sup_{r \leq} \left(\frac{Y_{d_{TT}}}{Y_{ST}(T)}; d_{TT} \right) < 1$$

si no $d_{TT} = 1$

Los incrementos de plasticidad son calculados con la siguiente ecuación

$$d\varepsilon_{LT}^p = \frac{1}{2} dp \frac{\tilde{\sigma}_{LT}}{R+R_0}; \quad d\varepsilon_{TT}^p = \alpha^2 dp \frac{\tilde{\sigma}_{TT}}{R+R_0}; \quad (dp \geq 0) \quad (5)$$

Los esfuerzos inelásticos se modelan a través de los esfuerzos efectivos:

$$\tilde{\sigma}_{LT} = \frac{\sigma_{LT}}{1-d_{LT}}; \quad \tilde{\sigma}_{TT} = \frac{\langle \sigma_{TT} \rangle_+ + \langle \sigma_{TT} \rangle_-}{1-d_{TT}}; \quad \tilde{\sigma}_{LL} = \sigma_{LL} \quad (6)$$

El criterio de plasticidad esta definido por:

$$f(\tilde{\sigma}, R) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{LT}^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{TT}^2} - R(p) - R_0 \leq 0 \quad (7)$$

donde p es la plasticidad acumulada y Ro propiedad del material.

Implementación numérica del modelo.

Utilicemos ahora el modelo para el caso de multicapas en tensión hechos de capas unidireccionales de compósitos (ver figura 2).

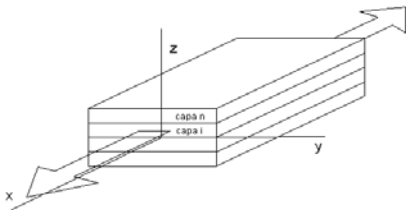


Fig. 2.

Para este problema los esfuerzos y deformaciones son independientes de x y y. Se utiliza la teoría clásica de placas Reissner-Mindlin y el comportamiento para una carga de tensión en la dirección de las x se escribe:

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{xx} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\sum_{i=1}^n e^i \left(\tilde{S}^i(d^i) \right)^{-1}}_{A(d_i)} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \tilde{\varepsilon}_{xx}^p \\ \varepsilon_{yy} & \tilde{\varepsilon}_{yy}^p \\ 2\varepsilon_{xy} & 2\tilde{\varepsilon}_{xy}^p \end{pmatrix} \quad (8)$$

Donde $(\varepsilon_{xx}^p \ \varepsilon_{yy}^p \ \varepsilon_{xy}^p)$ son las deformaciones plásticas aparentes (también llamadas generalizadas) del multicapa, N_{xx} es la fuerza lineal aparente en la dirección de las x (la sumatoria de los esfuerzos σ_{xx} en todas las capas), S^i es la matriz de complianzas de la capa i. Las deformaciones plásticas aparentes del multicapa son una especie de promedio de las deformaciones plásticas de las capas (puede haber capas que plastifiquen y otras que no pero aparentemente el multicapa sí plastifica). El algoritmo numérico para realizar los cálculos de daño y deformaciones plásticas es de punto fijo. Se empieza con una deformación global conocida (ε_{xx}) y se suponen los distintos vectores iniciales de deformación plástica generalizada y por capa para poder obtener las complianzas continuando con el proceso para calcular el daño. Se utilizan las ecuaciones (2), (3), (4) resultando un daño temporal, el cual se utiliza para calcular las nuevas deformaciones plásticas con las ecuaciones (5), (6), (7) las cuales se vuelven a inyectar a las ecuaciones (2), (3), (4) hasta una convergencia de los mismos, para un posterior incremento de la deformación global ε_{xx} . Es importante remarcar que todas las ecuaciones deben de converger capa a capa y se debe de estar calculando constantemente las variables generalizadas (Reissner-Mindlin) para obtener a su vez las nuevas variables por capa.

Esquema de árbol del programa

A) Comprobación.

B) Acomodo. Acomodo de datos.

C) Función_Ai. Calcula las complianzas por capas y la rigidez total A.

C.1) Complianzas.

D) Daño. Calcula el daño por capa, utilizando las ecuaciones antes descritas.

E) Función_σltn. Rota los esfuerzos globales a esfuerzos locales.

F) Plasticidad. Obtiene las deformaciones plásticas y la plasticidad acumulada.

F.1) Plasti_datos.

F.2) e_total. Recalcula la deformación plástica total y la deformación global.

F.3) esfuerzos. Convierte los esfuerzos globales a locales.

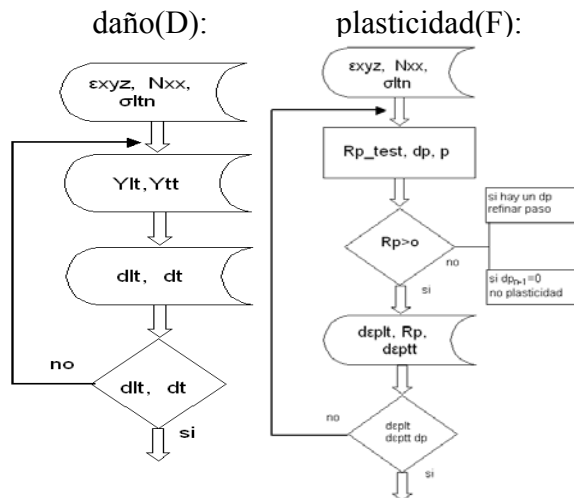
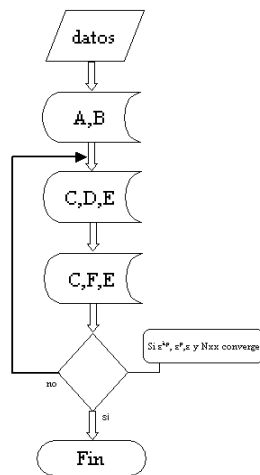
F.4)eMrota. Rota las deformaciones plásticas de locales a globales.

F.5)predi. Extrapolación para obtener el valor inicial de la deformación plástica posterior y modificación del paso.

F.6)errores. Realiza los cálculos para los test de error.

Diagramas de Flujo:

El programa en general se puede tomar en 3 partes principales, un módulo principal que se encarga de hacer los llamados a los otros 2 módulos de daño y plasticidad y un test final de deformaciones plásticas y los parámetros de daño para la convergencia principal:



El algoritmo presenta estabilidad y rapidez de convergencia que depende del tamaño del incremento y de las propiedades de las capas, siendo los compósitos con propiedades parecidas y con ángulos no muy diferentes los de más rápida convergencia.

Aplicaciones.

Supongamos que tuviéramos que realizar una estructura hecha de multicapas, pero con el compromiso de optimizar la cantidad de material, sin comprometer las propiedades mecánicas de la estructura. Se podría obtener una estimación a base de experimentación, pero sería tardada, costosa y en algunos casos irrealizable. Un segundo acercamiento sería utilizar modelos elásticos, pero solo sería confiable a deformaciones muy bajas teniendo que suponer factores de seguridad altos para niveles más altos de deformación. Otra posibilidad es la de tomar las ecuaciones de daño y plasticidad y acoplarlas para tener un mejor acercamiento en base a sus resultados.

Ciertamente que al ser un modelo fenomenológico los parámetros como Y_0 , Y_c , R_0 , etc... deberán de realizarse ensayos para obtenerlos, pero obviamente con un mínimo de experimentos se puede predecir el comportamiento de cualquier apilado que conforme al compósito.

Además se pueden añadir factores extras para modelar la rapidez de propagación del daño y simular fallos bruscos en las capas.

Se toma como ejemplo un multicapa [45 30]_s en tensión y se simularon cuatro comportamientos diferentes: Lineal elástico, con plasticidad pura, con daño puro y acoplado. Se muestra en la figura 3 la curva fuerza lineal (N_{xx}) contra deformación para los diferentes modelos y se observa claramente como el modelo elástico no es adecuado a deformaciones mayores que 0.003 (0.3%).

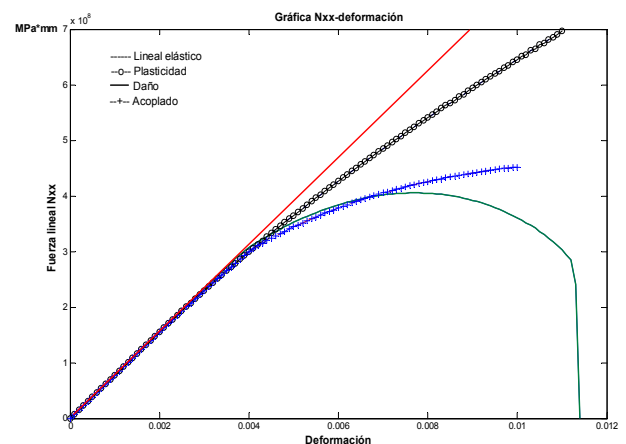


Figura 3.

Incluso el modelo que incluye plasticidad solamente, predice valores de fuerza lineal N_{xx} muy altos que no se alcanzan si se toma el daño en cuenta. Otro punto interesante es que el algoritmo da un cruce de la curva de acoplamiento con la de daño, esto pudiera verse contradictorio pero al no ser un material homogéneo isotrópico, no necesariamente deberá estar debajo de la curva de daño.

También se probaron los parámetros Y_{sc} Y_{sT} que simulan el fenómeno de que un material no debe llegar necesariamente a daños del 100%, sino al llegar a un valor crítico de energía la falla de la capa aparece bruscamente, como se ve en la figura 4.

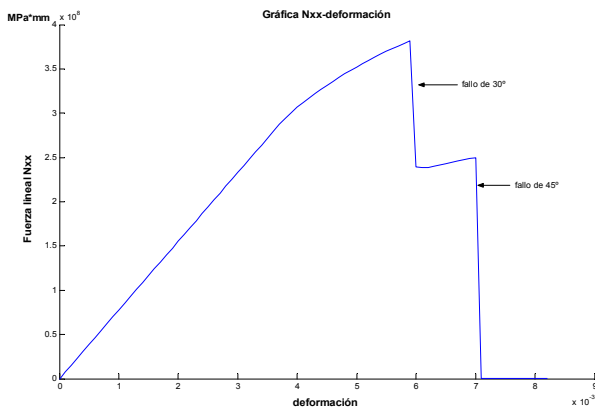


Figura 4

En la gráfica 4 también se nota como las capas de 30° fallan antes que las de 45°, provocando una caída súbita de la fuerza lineal N_{xx} .

Conclusiones.

Se demostró la importancia de tomar en cuenta los efectos no lineales y la desviación del modelo elástico con los modelos inelásticos.

En la realidad, una capa puede fallar sin necesidad que el compuesto lo haga y el modelo reproduce esto, además de simular una intensa propagación de daño.

El algoritmo utilizado (computacionalmente) no es “costoso” todavía y se puede optimizar bastante el uso de memoria y el número de iteraciones.

Este modelo a pesar de ser un mejor acercamiento, no contiene los efectos de borde, los cuales provocan esfuerzos entre las capas que no fueron modelados aquí.

En trabajos futuros se planea integrar los efectos de borde y deformaciones no homogéneas en el plano a través de modelos de placas más elaborados, que se denominan Modelos Multipartículas de Materiales Multicapa (M4).

Los autores agradecen al CONACYT por su apoyo.

Referencias

[1] Allix O., 1996, Modelling and identification of temperature dependent mechanical behaviour of the elementary ply in carbon/epoxy laminates. Composites Science and Technology 883-888.

[2] REISSNER E, “The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates”, Journal of Applied Mechanics, A, 69-77, 1945.